

# WAIT TIME ESTIMATE METHOD AND ESTIMATE DEVICE IN QUEUE

**Publication number:** JP11163860 (A)

**Publication date:** 1999-06-18

**Inventor(s):** WHITT WARD +

**Applicant(s):** AT & T CORP +

**Classification:**

- international: G06F13/00; G06F19/00; G06Q10/00; H04M3/523; G06F13/00; G06F19/00; G06Q10/00; H04M3/50; (IPC1-7): G06F13/00; G06F17/60; H04L12/24; H04L12/26; H04L12/54; H04L12/58

- European: G06Q10/00C; H04M3/523

**Application number:** JP19980227311 19980811

**Priority number(s):** US19970908042 19970811

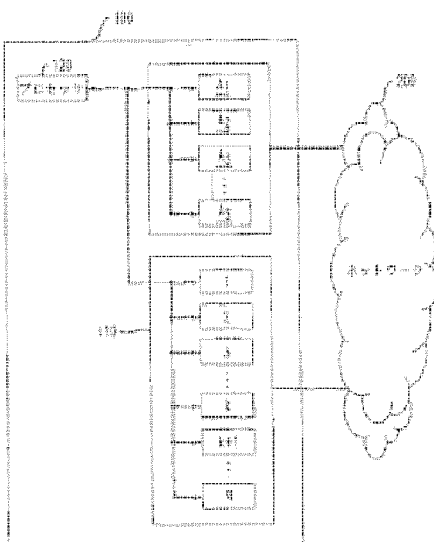
**Also published as:**

JP4245693 (B2)  
EP0899673 (A2)  
EP0899673 (A3)  
US6023681 (A)  
JP2009026316 (A)

more >>

**Abstract of JP 11163860 (A)**

**PROBLEM TO BE SOLVED:** To estimate a wait time of a customer in a queue accurately. **SOLUTION:** At the arrival of a new customer in a queue or at other desired point of time, a system 100 classifies customers receiving a service according one attribute or over. Then the probability distribution of remaining service times of each customer is generated based on the attribute. Preferably the system 100 classifies customers awaiting their own turns according to one attribute or over and the probability distribution of remaining service times of each customer is generated based on the attribute. The system estimates a wait time of the new customer based on the probability distribution of the customers receiving the service and the wait time of the new customer. The estimate wait time is known to the customer or the system manager.; The predicted wait time includes an entire wait time distribution or a rough distribution.



Data supplied from the *espacenet* database — Worldwide

(19)日本国特許庁 (J P)

(12) 公 開 特 許 公 報 (A)

(11)特許出願公開番号

特開平11-163860

(43)公開日 平成11年(1999) 6月18日

(51)Int.Cl.<sup>6</sup>  
H 0 4 L 12/24  
12/26  
G 0 6 F 13/00  
17/60  
H 0 4 L 12/54

識別記号

3 5 4

F I

H 0 4 L 11/08

G 0 6 F 13/00

15/21

H 0 4 L 11/20

3 5 4 D

Z

1 0 1 Z

審査請求 未請求 請求項の数43 O L (全 10 頁) 最終頁に続く

(21)出願番号 特願平10-227311

(22)出願日 平成10年(1998) 8月11日

(31)優先権主張番号 0 8 / 9 0 8, 0 4 2

(32)優先日 1997年 8月11日

(33)優先権主張国 米国 (U S)

(71)出願人 390035493

エイ・ティ・アンド・ティ・コーポレーション

AT&T CORP.

アメリカ合衆国 10013-2412 ニューヨーク  
ニューヨーク アヴェニュー オブ  
ジ アメリカズ 32

(72)発明者 ワード ウィット

アメリカ合衆国 ニュージャージー州 パ  
スキング リッジ ヒル トップ ロード  
86

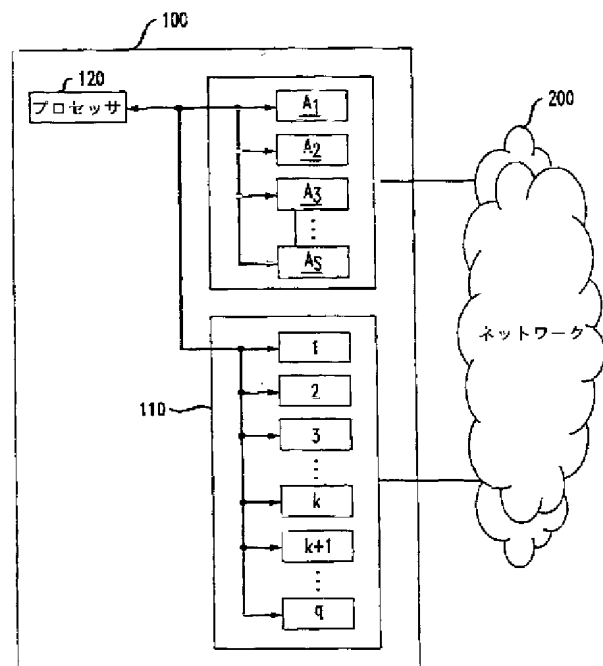
(74)代理人 弁理士 吉田 研二 (外2名)

(54)【発明の名称】 待ち行列中での待ち時間推定方法及び推定装置

(57)【要約】

【課題】 待ち行列中のカスタマーの待ち時間を正確に推定する。

【解決手段】 待ち行列中のカスタマーの待ち時間を推定する装置及び方法。新しいカスタマーが列に着くと、あるいは他の所望される時点において、システム100は一つ以上の属性に従いサービスを受けている各カスタマーを分類する。そして、この属性に基づき各カスタマーの残りのサービス時間の確率分布を生成する。好ましくは、システム100は一つ以上の属性に従って順番待ちの各カスタマーを分類し、属性に基づいてサービス時間の確率分布を生成する。サービスを受けているカスタマー及び順番待ちのカスタマーの確率分布から、システムは新しいカスタマーの待ち時間を推定する。推定待ち時間は、カスタマーあるいはシステム管理者に知らされる。予想待ち時間には、待ち時間全分布あるいは略式分布が含まれる。



**【特許請求の範囲】**

【請求項1】 待ち行列における顧客の待ち時間を予測する方法であって、サービス中の各顧客およびその顧客に先行する顧客について、サービス中の顧客について知られている属性に従って、顧客を分類し、その顧客の属性に基づいて、その顧客がサービスを終了する時間についての推定を発生し、待ち行列内の顧客に先行する各顧客について、待ち行列の中で先行する顧客について知られている属性に従って、待ち行列の中で先行する顧客を分類し、待ち行列の中で先行する顧客についての属性に基づいて、待ち行列の中で先行する顧客について、その顧客がサービスを終了する時間についての推定を発生し、サービス中の顧客および待ち行列の中で顧客に先行する顧客についての推定に基づいて、待ち行列内の顧客のサービスまでの時間を示す推定待ち時間を予測する方法。

【請求項2】 請求項1に記載の方法において、サービス中の少なくとも1人の顧客についての第1の発生ステップの推定は、その顧客がその時間でサービスを終了する時間についての確率である方法。

【請求項3】 請求項1に記載の方法において、少なくとも一人の待ち行列の中の先行する顧客について第2の発生ステップの推定は、待ち行列内で先行する顧客がその時間でサービスを終了する時間についての確率である方法。

【請求項4】 請求項1に記載の方法において、少なくとも一人の顧客について発生された推定は、確率分布関数である方法。

【請求項5】 請求項4に記載の方法において、少なくとも一人の顧客の確率分布関数は、顧客のサービスの推定中心値の時間に基づいている方法。

【請求項6】 請求項1に記載の方法において、待ち行列内で先行する少なくとも一人の顧客について発生された推定は、確率分布関数である方法。

【請求項7】 請求項6に記載の方法において、少なくとも一人の待ち行列内で先行する顧客の前記確率分布関数は、顧客のサービスの時間の推定の中心値に基づいている方法。

【請求項8】 請求項1に記載の方法において、前記待ち行列内の顧客は、その待ち行列について新しい顧客である方法。

【請求項9】 請求項1に記載の方法において、サービス中の少なくとも一人の顧客についての属

性は、一人の顧客がサービスを最初に受け始めてからの経過時間である方法。

【請求項10】 請求項7に記載の方法において、一人の顧客について発生された推定は、一人の顧客が、その一人の顧客についての与えられた経過時間のサービスが終了する時間についての確率を示す条件付きの確率分布関数である方法。

【請求項11】 請求項1に記載の方法において、サービス中の少なくとも一人の顧客のものとして知られている属性は、その一人の顧客にサービスを提供するエージェントの識別である方法。

【請求項12】 請求項1に記載の方法において、サービスを受けている少なくとも一人の顧客について知られている属性は、一人の顧客についての上限サービス時間である方法。

【請求項13】 請求項1に記載の方法において、待ち行列内の少なくとも一人の顧客について知られている属性は、一人の顧客についての上限サービス時間である方法。

【請求項14】 請求項1に記載の方法において、サービス中の少なくとも一人の顧客のものとして知られている属性は、その一人の顧客の識別名である方法。

【請求項15】 請求項1に記載の方法において、待ち行列中の少なくとも一人の顧客のものとして知られている属性は、その一人の顧客の識別名である方法。

【請求項16】 請求項1に記載の方法において、サービス中の少なくとも一人の顧客のものとして知られている属性は、その一人の顧客の行いである方法。

【請求項17】 請求項1に記載の方法において、推定された待ち時間は、サービス開始までの時間である方法。

【請求項18】 請求項1に記載の方法において、推定された待ち時間は、サービス終了までの時間である方法。

【請求項19】 請求項1に記載の方法において、上記発生するステップは、待ち行列内の顧客がサービスを受け始める時の予測を発生するステップを含む方法。

【請求項20】 請求項1に記載の方法において、待ち行列内の少なくとも一人の顧客について発生される推定は、一人の顧客がサービスを受け始める予測時間に基づく方法。

【請求項21】 請求項1に記載の方法において、予測待ち時間は、推定された確率分布関数である方法。

【請求項22】 請求項21に記載の方法において、更に、推定された確率分布を新しい顧客に通信するステ

ップを含む方法。

【請求項23】 請求項21に記載の方法において、更に、推定された確率分についての所定の近似を新しいカスタマーに通信するステップを含む方法。

【請求項24】 請求項21に記載の方法において、更に、推定された確率分布をシステム管理者に通信するステップを含む方法。

【請求項25】 請求項21に記載の方法において、更に、推定された確率分布関数に基づいて資源を配分するステップを含む方法。

【請求項26】 請求項1に記載の方法において、推定された待ち時間について待ち行列の中のカスタマーに通信するステップを含む方法。

【請求項27】 待ち行列におけるカスタマーがシステムからサービスを受けるための待ち時間を予測する方法であって、サービス中の各カスタマーおよびそのカスタマーに先行するカスタマーについて、サービス中のカスタマーについて知られている属性に従って、カスタマーを分類するステップと、サービスを受けている各カスタマーについて、そのサービスを受けているカスタマーの属性に基づいて、そのカスタマーがサービスを終了する時間の確率を示す確率分布関数を発生するステップと、サービスを受けているカスタマーの確率分布関数に基づいて、システムのサービスの速度を予測するステップと、このサービスの速度に基づいて待ち行列の中のカスタマーについての待ち時間を予測するステップと、を含む方法。

【請求項28】 請求項27に記載の方法において、サービスを受けているカスタマーの数は、待ち行列の中のカスタマーの数を超えている方法。

【請求項29】 請求項27に記載の方法において、上記待ち行列内のカスタマーは、待ち行列の中の先頭である方法。

【請求項30】 請求項27に記載の方法において、サービスを受けている少なくとも一人のカスタマーの確率分布関数は、各カスタマーの残りサービス時間の中心値に基づいている方法。

【請求項31】 待ち行列への新しいカスタマーの待ち時間を予測する方法であって、待ち行列内のカスタマーについて知られている属性に従って、待ち行列内の複数のカスタマーを分類するステップと、待ち行列内のカスタマーの属性に従って、カスタマーがサービスを終了する時間についての確率分布を近似する

中央値を発生するステップと、待ち行列内のカスタマーの中央値に基づいて、新しいカスタマーの待ち時間を推定するステップと、を含む方法。

【請求項32】 請求項31に記載の方法において、待ち行列内の各カスタマーは、サービスを受けている複数のカスタマーの一人がサービスを終了するまでサービスを受けず、待ち行列内のカスタマーは、サービスを受けているカスタマーの数より大きい方法。

【請求項33】 複数のエージェントおよび待ち行列を含むシステムにおいて、待ち行列内のカスタマーの待ち時間を予測する装置であって、各エージェントと通信をし、エージェントとの通信におけるカスタマーのアクティビティをモニタするプロセッサであって、このプロセッサは、待ち行列と通信し、各エージェントに対し、プロセッサは、エージェントと通信しているカスタマーがサービスを完了する確率を示す確率関数を発生し、プロセッサは更にこの確率関数に基づいて待ち時間を推定するプロセッサと、新しいカスタマーに対し、推定された待ち時間を通信する通信手段と、を含む装置。

【請求項34】 請求項33に記載の装置において、プロセッサは、モニタされたサービスを受けているカスタマーのアクティビティに基づいて確率関数を発生する装置。

【請求項35】 請求項33に記載の装置において、プロセッサは、待ち時間の確率分布を推定する装置。

【請求項36】 請求項35に記載の装置において、プロセッサは、待ち時間の中央値を推定する装置。

【請求項37】 請求項35に記載の装置において、プロセッサは、待ち時間の所定の百分位数を推定する装置。

【請求項38】 複数のエージェントおよび待ち行列を含むシステムにおいて、待ち行列内の特定のカスタマーの待ち時間を予測する装置であって、各エージェントと通信し、各エージェントと通信しているカスタマーのアクティビティをモニタし、かつ待ち行列と通信するプロセッサであって、待ち行列内の各カスタマーに対し、待ち行列に入ったカスタマーがサービスを完了する時間についての確率を示す第2の確率分布を発生し、この確率分布に基づいて待ち時間を推定するプロセッサと、待ち行列内の特定のカスタマーと推定された待ち時間を通信する通信機と、を含む装置。

【請求項39】 請求項38に記載の装置において、

特定の顧客の到達に従い、プロセッサは、待ち行列内の先行するそれぞれの顧客についての待ち時間を推定し、

通信機は、待ち行列内の先行するそれぞれの顧客に待ち時間を通信する装置。

【請求項40】 待ち行列内の特定の顧客の待ち時間を予測する方法であって、サービス中および待ち行列内の複数の顧客のそれぞれに対し、

顧客の少なくとも一つの属性に基づいて、顧客がサービスを完了する時間についての確率を示す確率分布関数を発生するステップと、

サービス中および待ち行列内の顧客の確率分布関数に基づいて、特定の顧客の待ち時間を推定するステップと、を含む方法。

【請求項41】 待ち行列内の最初の顧客の待ち時間を予測する方法であって、サービスを受けている複数の顧客のそれぞれに対し、

少なくとも1つの属性に基づいて顧客を分類するステップと、

属性に基づいて、サービスを受けている顧客がサービスを完了する推定サービス時間を発生するステップと、

推定サービス時間に基づいて、最初の顧客についての待ち時間を推定するステップと、を含む方法。

【請求項42】 待ち行列内の顧客の数がサービス中の顧客の数より大きいときに、待ち行列内の顧客の待ち時間を予測する方法であって、

その顧客に待ち行列内で先行する顧客のそれぞれを少なくとも1つの属性に基づいて、分類するステップと、

待ち行列内の各顧客について、分類の属性に基づいて各顧客がサービスを完了する間での予測時間を発生し、待ち行列内の先行する顧客について発生された予測に基づいて待ち行列内の顧客についての待ち時間を予測するステップと、を含む方法。

【請求項43】 複数のエージェントおよび待ち行列を含むサービスシステムにおけるエージェントの数を割り付ける方法であって、

それぞれが顧客にサービスするエージェントをモニタし、顧客についてのサービスを終了する時間を推定するステップと、

待ち行列内の複数の顧客のそれぞれに対し、待ち行列内の顧客を少なくとも1つの属性に基づいて分類するステップと、

分類に基づいて、待ち行列内の顧客について予測

サービス時間を発生するステップと、

予測サービス時間に基づいて、待ち行列内の最後の顧客がサービスを受ける間での待ち時間を予測するステップと、

いつ予測待ち時間が所定の待ち時間を超えるかおよびエージェントの数を増やしていつ予測待ち時間が所定の待ち時間を超えるかを判定するステップと、を含む方法。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】本発明は、順番待ちの顧客の待ち時間を推定する方法及び装置に関する。

【0002】

【従来の技術】キャパシティの限られたサービスシステムでは、直ちにサービスを受けることのできない顧客を、システムリソースが利用できるまで列中で待機させる。このとき、顧客にはサービスを受けられるまでの予測時間が知らされないことが多い。ところが、かかる情報を与えられずに長時間待たされると、顧客はそのサービスプロバイダに不満を抱く可能性がある。

【0003】列中での待機時間に関する情報を顧客に与えるために、サービスプロバイダによっては、待ち行列中の顧客の位置を特定しているが、このような位置情報では、サービスを受けるまでの待ち時間を顧客が決定することはできない。サービスリクエストをさばいているエージェントの数、あるいは、エージェントがサービスリクエストを完了する速度を顧客が決定できないからである。また、エージェントが顧客からのサービスリクエストを完成する速度を推定するプロバイダもある。サービスリクエストを平均 $r$ 分で完成するエージェントを $s$ 持っているシステムでは、列中 $k$ 番目に位置する顧客は、 $k \cdot r / s$ 分でサービスを受けることが予想できる。ところが、このように長期にわたる平均から求めた予測値は、特定のケースでは不正確になりやすい。長期の平均が個々の特定ケースに合わないならば、予想時間よりかなり長く顧客を待たせることもある。このような場合にも、顧客はサービスプロバイダに対して不満を持つ。

【0004】正確な予想値の推定は、他の種々の目的にも役立つ。例えば、サービスプロバイダは、最初のサービスが完了した後に、他の施設において追加的なサービスを提供できる。最初の施設での予想待ち時間がわかれば、サービスプロバイダはその後のサービスをより改善できる。また、サービスプロバイダは、予想待ち時間を知ることにより、例えば予想待ち時間が長ければエージェントを増やすなど、利用可能なサービスのキャパシティを調整することもできる。

【0005】

【発明が解決しようとする課題】上記の理由により、待ち行列中での顧客の待ち時間を正確に推定できる

システムが求められている。

【0006】

【課題を解決するための手段】従来技術における問題点は、待ち行列中の各カスタマーとサービスを受けている各カスタマーとを、カスタマーの既知の属性およびサービスを供給しているエージェントに基づき分類する装置及び方法により解決される。

【0007】上記分類に基づき、本発明のシステムは、各カスタマーの残りのサービス時間の確率分布関数を推定する。推定されたサービス時間の確率分布関数から、システムは、特定時間内に予測される予想退去(departures)数を計算し、さらに、新しいカスタマーがサービスを開始できるまでの予想待ち時間の全確率分布関数を求める。さらに、システムは、すでに待機中の(待ち行列中の)他のカスタマーに対するサービス開始までの待ち時間の全確率分布を算出することもできる。

【0008】本発明は、4つの異なる方法のうち一つを用いて新しいカスタマーの予想待ち時間の分布を推定する。第1に、予想待ち時間分布は、サービスを受けているカスタマーと待ち行列中のカスタマーのサービス時間の確率分布関数に基づく。第2に、さらに改良された方法により、新たなカスタマーに先んじて待ち行列中のカスタマーのサービス開始時間を推定する。第3に、エージェントの数がカスタマーの数を上回る場合、待ち時間はエージェントによるサービスの速度に基づき推定される。第4に、エージェントの数が順番待ちのカスタマーの数より少ない場合、待ち時間は順番待ちのカスタマーのサービス時間分布に基づいて推定される。

【0009】

【発明の実施の形態】本発明は、キャパシティの限られたサービスシステムにおいて、新たなカスタマー(またはすでに順番待ちをしているカスタマー)がサービスを受けられるまでの待ち時間の確率分布関数を推定することによって、より向上したサービスを提供する。サービスプロバイダはこの確率分布を使用することによって、カスタマーに対して大体の待ち時間予想を提供することができる。サービスプロバイダはカスタマーに対して、推定される待ち時間の確率分布関数を全て伝えても良いし、若しくは、予想される数値または90番目のパーセント点などの、確率分布関数の概略的説明のみを提供しても良い。サービスプロバイダは更に、予想される推定値の不確定性について、例えば分散量を提供するなどして、何らかの情報を伝えても良い。また更にプロバイダは、推定値を用いてシステムを再形成したり、エージェントを追加または削除して待ち時間予想値を変更することもできる。

【0010】サービスを受けているカスタマーと順番待ちをしているカスタマーを含む全てのカスタマーは、一つ以上のカスタマー属性によって分類されている。このカスタマー属性から、各カスタマーに関する残存サービ

ス時間の確率分布関数(「PDF」)が算出される。これらのサービス時間PDFによって、システム管理者は、新たに順番待ちに加わるカスタマーに対する待ち時間PDFを予測することができるし、更にすでに順番待ちをしているカスタマーに対する待ち時間PDFも予測することができる。

【0011】ランダム数量の「確率分布関数」とは、数量が、全ての可能な値のうち、特定の値と同じかそれ以下である確率を説明するものである。 $X$ がランダム時間であるとすると、その確率分布関数は、 $G(x) = P(X \leq x)$ 、 $0 \leq x < \infty$ 、即ち各可能な $x$ に対して、 $X$ が $x$ より小さいまたは等しい確率として表すことができる。

【0012】図1は、本発明によるシステム100の実施形態を表す。システム100は、容量 $s$ を有する複数のエージェント $A_1 - A_s$ 、および容量 $q$ を有する待ち行列110を含む。エージェント $A_1 - A_s$ および待ち行列110は、ネットワーク200を通じて、複数のカスタマー(図示せず)と接続される。好適な実施形態においてシステム100は、各エージェント $A_1 - A_s$ および待ち行列と接続しているプロセッサ120を含む。プロセッサ120は、エージェント $A_1 - A_s$ の動作を監視し、それによって各エージェントからサービスの供給を受けるカスタマーのサービス要求を監視する。プロセッサは更に、待ち行列110も監視し、それによって待ち行列とその中のカスタマーとの間の動作を監視する。

【0013】全てのエージェントがカスタマーの対応をしている場合、新たなカスタマーは待ち行列110の中に入れられる。待ち行列110がいっぱいの場合、新たなカスタマーは入れられない。システム100が $s$ 人数のカスタマーの対応をしていて、 $k$ 人数のカスタマーが待ち行列にいる場合、新たなカスタマーは待ち行列110の $k+1$ の位置に配置される。新たなカスタマーの到着の際にシステム100は、そのカスタマーが我慢しなければならない待ち時間の予想値を知らせる。システムはまた他所望の時点で、待ち行列内のカスタマーに、彼らが我慢しなければならない残存待ち時間の予想値を提供することもできる。

【0014】本発明による推定方法を図2に示す。システム100は、新たなカスタマーの到着時または所望の時点で、サービス中の各カスタマーの属性を審査する(ステップ1000)。システムは、検出された属性に基づいた各カスタマー $i$ の残存サービス時間に関して、 $G_i(t)$ と示される確率分布関数を算出する(ステップ1010)。システムは更に、待ち行列内で新たなカスタマーの前に位置するカスタマーを考慮に入れる。サービス中のカスタマーと同様に、順番待ち中のカスタマーの属性を審査する(ステップ1200)。そのカスタマー属性に基づいてシステムは、各順番待ち中のカスタマー $i$ に対して、カスタマーサービス時間が特定の時間

かそれより短くなる確率を表すサービス時間PDF  $G_i(t)$  を算出する(ステップ1210)。最終的にシステムは、予測されるサービスからの退去数に基づいて、サービスが始められるまでの待ち時間のPDFを推定する(ステップ1100)。

【0015】カスタマーに対してサービス時間PDFを算出するために、システム100は各カスタマーに関する数種の属性を審査する。具体例として、システム100はインターネット接続サービスを提供するものだとする。サービス中のs人数の各カスタマーは、接続時に開始した活動によって分類されることも可能である。図3は、分類に適した数々の確率分布関数を表す。例えば、電子メールを受信するために接続したカスタマーは、接続後ただちに接続中止すると考えられ、このようなカスタマーには図3(a)に示すPDF1が適切だと言える。他のカスタマーは、更に長い接続時間を使用する行動を示し、その場合は図3(b)に示すPDF2が適切だと考えられる。更に他のPDFを、他のカスタマーに指定することもでき、または他の属性に基づいて指定することもできる。他の属性として、一つのエージェント  $A_1$  の相対効率を考慮に入れて、PDFを算出しても良い。更に、サービスプロバイダの方針が分布に影響を与えることもある。例えば、ヘルプデスクはサービス要求時間を、例えば10分間などの所定時間に限定することもある。その場合、もし限定時間内にカスタマーの問題が解決しない時は、他のサービスプロバイダへ問い合わせようカスタマーに案内する。このような方針は、図3(c)のPDF3によって示される。サービス中の各カスタマーには、そのカスタマーが時間tまたはそれ以前に接続中止する確率を表すサービス時間PDF  $G_i(t)$  が指定される。

【0016】サービス中のカスタマーに関する残存サービス時間のPDF算出に特に便利な属性は、経過したサービス時間である。カスタマーがすでにx時間、サービスを受信しているとすると、システムは全てのt値に対して、カスタマーが時間tまでにサービス受信を終わらせる確率を推定する。この推定値は、「条件付きPDF」と称される。図4(a)および4(b)は、PDFと確率密度関数との関係を示す。g(t)が、確率分布関数G(t)に関連する確率密度関数である場合、それらは以下のような関係にある。

【0017】

【数1】

$$G(t) = \int_0^t g(u) du;$$

即ち、G(t)は0からtにおけるgの積分値であって、g(t)はtにおけるG(t)の微分値である。図4(b)は、仮定の確率密度関数  $g_i(t)$  を示す。条件付き確率分布関数  $G_i(t|x)$  は、面積g1を総面

積(g1およびg2)で割った数値によって表される。

【0018】曲線  $g_i(t)$  下の全面積は、確率を表すことから1であるとされる。システム100は、カスタマーサービスが時間  $x_i$  の間継続したとして、カスタマーサービスが追加時間tの間に終了する確率を表す、条件付きPDF、 $G_i(t|x_i)$  を算出する。

【0019】

【数2】

$$G_i(t|x_i) = \frac{G_i(t+x_i)}{1-G_i(x_i)}$$

もしサービス中のカスタマーの経過時間情報が利用できない場合、そのカスタマーはサービス中である、という情報を利用することが可能である。その場合、元のサービス時間PDFの代わりに、以下のサービス時間定常一超過条件付きPDFを使用することができる。

【0020】

【数3】

$$G_i(t) = \frac{1}{m_i} \int_0^t [1-G_i(u)] du, t \geq 0$$

ここで、 $m_i$ は、PDF  $G_i$  の平均値(予想値)である。

【0021】サービス中のカスタマーに加えて、システム100は、待ち行列内のk人数のカスタマーを、彼らについて知られている属性によって分類するためのPDFを算出する。上述のインターネット接続の例によれば、順番待ちのカスタマーはインターネットサービスを受信していないため、システムは彼らの行動に基づいて分類することはできない。しかしシステム100は、カスタマーのID(識別子)または電話番号などの、制限付きながらも分類を可能にする他の情報を有すると考えられる。カスタマーIDがわかっている場合、システムはカスタマーの以前の行動に基づいてPDFを指定することができる。前述のようにシステム100は、カスタマーの属性とは無関係にPDFを決定する確立した方針を有することがある。PDF  $G_j(t)$  は待ち行列中の各カスタマー ( $1 < j < k$ ) に割り当てられ、カスタマーがサービスを終了する時間についての確率を表す。

【0022】サービス中または待ち行列中のあるカスタマー群については、推定サービス時間に関して一部の情報しか入手できない。入手可能な情報の例には平均サービス時間  $m_i$  がある。一部の情報しか入手できない場合、システムはサービス時間PDF  $G_i(t)$  を入手した一部の情報へ当てはめる。例えば、平均  $m_i$  が与えられたとすると、システムは指数PDF  $G_i(t) = 1 - e^{-t/m_i}$  を適用できる。カスタマーによっては、平均  $m_i$  は長期平均でなければならない場合がある。

【0023】サービス中および待ち行列中のカスタマー

に対してサービス時間PDFが求められると、システム100はサービス中のすべての顧客をまとめて、時間間隔 $[0, t]$ において最初にサービスを受けている顧客群からの予想退去数 $ED_s(t)$ を次のように推定する。

【0024】

【数4】

$$ED_s(t) \approx \sum_{i=1}^s G_i(t)$$

実際の近似法として待ち行列中の顧客がサービスを即座に開始できるとすると、待ち行列中の最初の $k$ 人の顧客についての時間に対する予想退去数 $ED_q(t)$ はほぼ次のように表すことができる。

【0025】

【数5】

$$ED_q(t) \approx \sum_{i=s+1}^{s+k} G_i(t)$$

予想退去数の合計に関連する推定値は、式(4)および式(5)を次のように加算して得られる。

【0026】

$$P(W > w_x) \approx P(D(t) \leq ED(t) + xSD(D(t)) \approx P(N(0,1) \leq x) \approx \Phi(x),$$

ここで $N(0, 1)$ は平均0および分散量1である標準正規ランダム変数であり、 $\Phi$ はそのPDFである。 $x$ が変化すると、式(8)および式(9)からは $W$ の補PDF、すなわち $w$ の関数としての $1 - P(W \leq w)$ の式が与えられる。

【0029】多くの応用例では、 $W$ の全分布を入手するのが有利である。このような場合、システムは上記の式(9)に従って分布を計算する。しかし他の応用例では、必要な待ち時間の値は1つだけである。このような環境下で、システムは以下のように動作する。

【0030】 $0 < \alpha < 1$ については、関係 $x\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$  (または同値の $\Phi(X\alpha) = \alpha$ )が定義される。すると、 $w_x\alpha$ は $w$ の分布の約 $\alpha$ 番目のパーセント点となる。

【0031】システムはまた、待ち時間 $W$ のPDFについて1つの値からなる総合推定値を生成できる。 $\alpha$ と $w$ との関係により、システムオペレータは自分の推定値をどの程度、積極的または保守的にするかを選択できる。例えば、 $\alpha = 0.90$ に設定すると、システムオペレータは、推定値以下である確率が90% [ $\alpha * 100\%$ ]である $w$ の推定値を得る。または、 $\alpha = 0.5$ に設定すると、推定値以下である確率が50% (すなわちメジアン)である推定値を得る。

【0032】本発明の第2の実施形態では、新規の顧客より先に待ち行列に入っていた各顧客がサ

【数6】

$$ED(t) = ED_s(t) + ED_q(t).$$

時間に対する予想退去数が求められると、システムはシステムが $k+1$ 人の顧客にサービスするまでにかかる時間、つまり新規の顧客がサービスを受けられるようになるまでの時間を推定することができる。すでに待ち行列に入っている顧客が $(k+1)$ 番目の顧客ならば、同じ公式を適用できる。実際のランダムな待ち時間 $W$ は次式で表される。

【0027】

【数7】

$$W = \min \{t \geq 0 : D(t) = k+1\}$$

次のステップは、待ち時間 $W$ のPDF、すなわち $w$ の関数としての $P(W \leq w)$ の近似式を求めることである。ランダム数 $D(t)$ は互いに関係のないランダムな変数の和であるから、その分布はほぼ正規分布であると仮定される。 $w_x$ が平均 $ED(t)$ および標準偏差 $SD(D(t))$ に基づく待ち時間を表すと定義すると、

【数8】

$w_x = \min \{t \geq 0 : ED(t) + xSD(D(t)) = k+1\}$ となる。ここで $x$ は定数である。この後、システムは $W$ の分布についての近似式を次のように求める。

【0028】

【数9】

サービスを開始できる時間を推定することによって、待ち時間のより良好な推定値が得られる。システム100は現在サービス中の顧客について、彼らのPDFに基づいて退去数を推定する。システム100は各推定退去数を待ち行列の顧客のPDFの開始点として用いる。システム100は待ち行列中の $j$ 番目の顧客がサービスを開始する時間 $t_j$ を次のように推定する。

【0033】

【数10】

$$t_j = \min \{t \geq 0 : ED_s(t) = j\}$$

ここで $ED_s(t)$ は式(4)で与えられる。 $t_j$ から、システム100は時間に対する予想退去数を次のように推定する。

【0034】

【数11】

$$ED(t) \approx \sum_{i=1}^s G_i(t|x_i) + \sum_{j=1}^k G_i(t-t_j)$$

より正確な予想退去数を得たことによって、システムは第1の実施形態(式(7)～式(9))中の $W$ に従って、ただし推定は式(11)の $ED(t)$ に基づいて、新規の顧客の待ち時間を推定できる。

【0035】第3の実施形態では、システムは待ち行列



中の最初の数人のカスタマーの待ち時間を計算する。この実施形態は、待ち行列中のカスタマー数がエージェント数に対して少ない（つまり  $k < s$ ）ときに特に有用である。システムはサービス中のカスタマーの瞬時退去率を推定し、これを待ち行列中の最初の数人のカスタマーに拡張する。待ち行列中の最初のカスタマーの待ち時間は次のように補PDFをもつ。

【0036】

【数12】

$$P(W_1 > t) = \prod_{i=1}^s (1 - G_i(t)).$$

その後、レート  $\mu_1$  でポアソンプロセス（Poisson process）によって退去プロセスを近似させて、 $W_k$  が以下の平均および分散量をもつ  $\gamma$  分布となるようにする。

【0039】

【数15】

$$EW_k = \frac{k}{\mu_1} \text{ and } Var W_k = \frac{k}{\mu_1^2}.$$

この式は、サービス中のカスタマーの平均サービス残り時間がわかっている（ $m_i, 1 \leq i \leq s$ ）場合だけに使用する。レート  $\mu_1$  はほぼ次のように表すことができる。

【0040】

【数16】

$$\mu_1 = \sum_{i=1}^s \left( \frac{1}{m_i} \right).$$

第4の実施形態では、システム100はサービス中のカスタマーの役割をあまり重視しない。このような推定方法は、待ち行列中のカスタマー数がエージェント数よりも多い（すなわち  $k \gg s$ ）場合に適用される。この実施形態では、推定待ち時間は、上記の発明の背景のところで説明した  $k/s \cdot r$  推定値に似ている。しかし本発明の利点は、非同一に分布したカスタマーPDF  $G_i(t)$  と、以下に示すPDFの平均  $m_i$  および分散量  $\sigma_i^2$  を考慮することである。

【0041】

【数17】

$$EW \approx \frac{1}{s} \sum_{i=1}^{k+1} m_i, \text{ and } Var W \approx \frac{1}{s^2} \sum_{i=1}^{k+1} \sigma_i^2.$$

まずサービス中の  $s$  人のカスタマーにインデックスがつ

これは次式から計算できる。

【0037】

【数13】

$$\log P(W_1 > t) = \sum_{i=1}^s \log(1 - G_i(t)).$$

式(12)および式(13)のサービス時間PDF  $G_i(t)$  は、以前と同じくカスタマーおよびエージェントの属性に基づいて推定される。さらに、以下の指数分布によって  $W_1$  の近似値を求めることができる。

【0038】

【数14】

$$P(W_1 > t) \approx e^{-\mu_1 t}, t \geq 0 \text{ where } \mu_1 \approx \frac{\log P(W_1 > t_0)}{t_0}$$

けられ、次に待ち行列中の最初のカスタマーにインデックスがつけられる。

【0042】本発明は、待ち行列にはいつているか、または待ち行列に新しく入るカスタマーがサービスを受け始めるまでに待たなければならない待機時間を推定する方法である。本発明はまた、カスタマーがサービスを終了するまでの予想待機時間を推定する方法および装置として適用できる。本実施形態では、システムは、すでにサービス中のカスタマーや、そのカスタマーの前の待ち行列にいるカスタマーに加えて、カスタマー自身のサービス時間PDFを考慮する。カスタマー  $i$  がサービスを完了するのにかかる総時間を  $T_i$  とすると、そのPDFは2項目からなるPDFから次のコンボリューション積分によって求めることができる。

【0043】

【数18】

$$P(T_i \leq x) = \int_0^x G_i(x-u) dP(W_i = u).$$

予想値は単純に

【数19】

$$ET_i = EW_i + m_i,$$

によって関連づけられ、ここで  $m_i$  はサービス時間PDF  $G_i$  の予想値である。

【0044】以上のように説明した本発明は、各カスタマーごとにわかっている属性に基づいて、サービス中のカスタマー、およびおそらくは待ち行列中のカスタマーのサービス時間も推定することによって、待ち行列中のカスタマーが経験するキューイング遅延のより正確で信頼性のある推定値を求める。推定されたサービス時間から、任意のカスタマーの待ち時間を推定できる。またこの推定は、様々な需要に応じるためにエージェントを追加または削減する待ち行列管理者にも有利である。

【図面の簡単な説明】

【図1】 本発明に従って構成されたシステムを示す図である。

【図2】 本発明による方法を示す図である。

【図3】 本発明に適用可能な確率分布関数を示す図である。

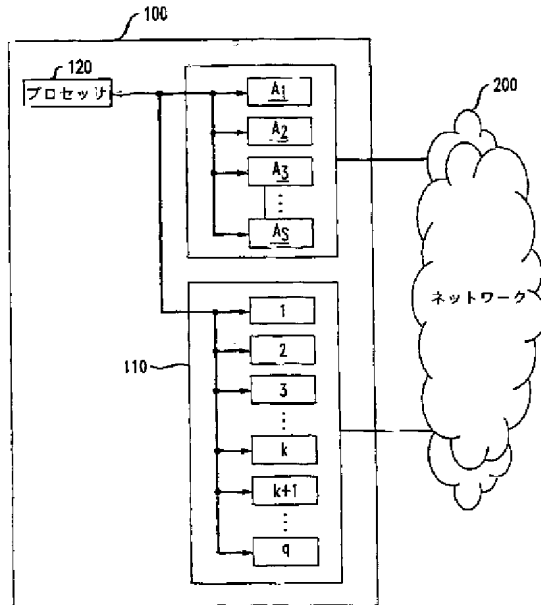
【図4】 (a)は、図3(b)の確率分布関数を示す

図であり、(b)は、図4(a)の確率分布関数に関連する条件付き確率密度関数を示す図である。

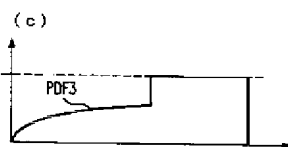
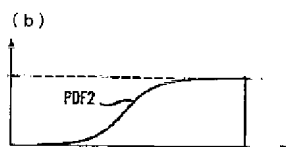
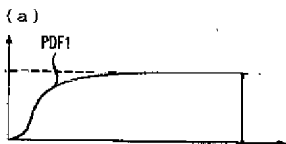
【符号の説明】

100 システム、110 待ち行列、120 プロセッサ、200 ネットワーク。

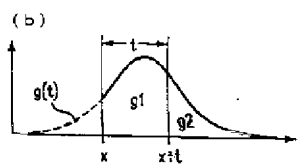
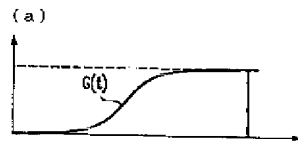
【図1】



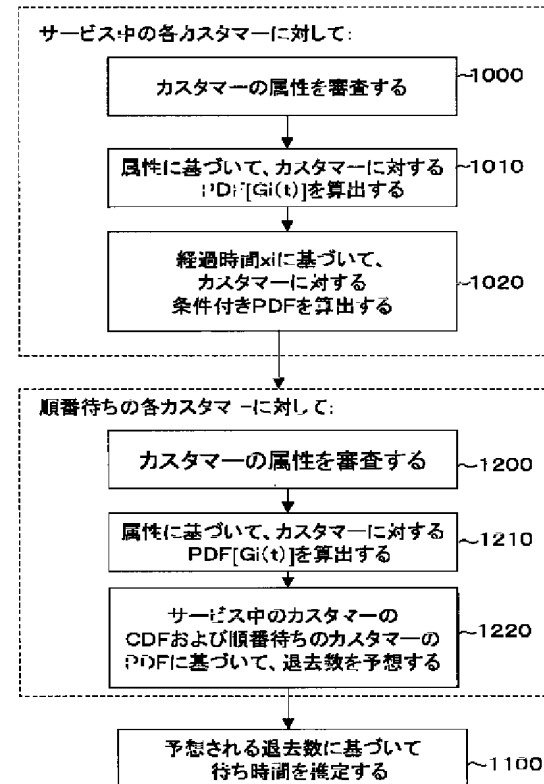
【図3】



【図4】



【図2】



フロントページの続き

(51)Int.Cl.<sup>6</sup>

H 0 4 L 12/58

識別記号

F I